BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№1 *Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası* *2015*

УДК 517.95

О ДВУКРАТНОЙ ПОЛНОТЕ ЧАСТИ СИСТЕМЫ СОБСТВЕННЫХ И ПРИСОЕДИНЕННЫХ ВЕКТОРОВ ОПЕРАТОРНЫХ ПУЧКОВ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА

С.М.БАГИРОВА
Гянджинский Государственный Университет
BagirovaSevindj@rambler.ru

В данной работе получены достаточные условия на коэффициенты операторного пучка четвертого порядка эллиптического типа, которые обеспечивают двукратной полноты некоторых производных цепочек системы собственных и присоединенных векторов, отвечающих собственным значениям из левой полуплоскости. Эти производные цепочки соответствуют некоторой краевой задачи для операторно-дифференциального уравнения четвертого порядка на полуоси.

Ключевые слова: гильбертово пространство, операторные пучки, собственные векторы, операторно-граничная задача дифференциального уравнения.

Рассмотрим в сепарабельном гильбертовом пространстве операторный пучок четвертого порядка

$$P(\lambda) = \lambda^4 E + A^{\varphi} + \sum_{j=0}^{3} \lambda^j A_{4-j}, \qquad (1)$$

где λ спектральный параметр, E единичный оператор, а другие коэффициенты удовлетворяют условиям:

1) A - положительно определенный самосопряженный оператор с вполне непрырывным обратным A^{-1}.

2) $B_j = A_j A^{-j} (j = \overline{1,4})$ ограниченные операторы в H.

Множество $\rho\big(P(\lambda)\big) = \{\lambda : p^{-1}(\lambda)$ существует, ограниченный и определенный на всем пространстве$\}$ называется резольвентным множеством операторного пучка $P(\lambda)$,а $P^{-1}(\lambda)$ называется резольвента пучка $P^{-1}(\lambda)$. $C\backslash\rho(P(\lambda))$ называется спектром операторного пучка $P^{-1}(\lambda)$.

Как известно область определения $A^{\gamma}(\gamma \geq 0)$ становится гильбертовым пространством H_{γ} относительно скалярного произведения $(x,y)_{\gamma} = (A_x^{\gamma}, A_y^{\gamma})$. При $\gamma = 0$ считаем, что $H_0 = H$.

Обозначим через $L_2(R+,H)$ гильбертово пространство всех вектор – функций определенные в $R+= (0,\infty)$почти всюду, со значениями в H с нормой

$$\|f\|_{L_2(R+,H)} = \left(\int_0^{\infty} \|f(t)\|^2 dt\right)^{1/2}$$

Далее введем следующие гильбертово пространство [1]

$$W_2^4(R+;H) = \{u: U^{(4)} \epsilon L_2(R+;H), \qquad A_u^4 \epsilon L_2(R+;H)\},$$

и

$$W_{2s}^4(R+;H) = \{u: u\epsilon W_2^4(R+;H) u(0) = 0, u'(0) = S_u\},$$

где

$S\epsilon L\left(W_2^4(R+:H) \to H_{\frac{5}{2}}\right)$. (Здесь через $L(X,Y)$ обозначаем пространство линейных ограниченных линейных операторов действующих из пространство X в пространство Y).

Свяжем пучок (1) с краевой задачей

$$P(d(dt)u(t) = 0, \quad t\epsilon R+ \tag{2}$$

$$u(0) = \varphi_0, u'(0) - Su = \varphi_1, \quad \varphi_0, \varphi_1 \epsilon H,$$

$$S\epsilon L(W_2^4(R+:H), H_{5/2}) \tag{3}$$

<u>Определение</u>1. Если при любом наборе $\varphi_0 \epsilon H_{7/2}, \varphi_1 \epsilon H_{\frac{5}{2}}$существует вектор функция $u(t) \epsilon W_2^4(R+:H)$, которая удовлетворяет уравнению (2) в $R+$ почти всюду, краевые условные в смысле сходимости

$$\lim_{t\to+0} \|u(t) - \varphi_0\|_{7/2} = 0, \lim_{t\to+0} \|U'(t) - Su\|_{5/2} = 0$$

и имеет место оценки

$$\|U\| W_2^4(R+:H) \leq cohst(\|\varphi_0\|_{\frac{7}{2}} + \|\varphi_1\|_{5/2}, \quad \text{то}$$

задача (2), (3) называется регулярно разрешимой, $u(t)$ регулярное решение задачи (2), (3).

<u>Определение</u> 2. Если система $\{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_m\}$ удовлетворяют уравнениям:

$$\sum_{j=0}^{q} \frac{1}{j!} \frac{dj}{d\lambda^j} P(\lambda) | \lambda = \lambda_0 \, , \varphi_{q-j}, q = 0, \dots, m, \quad \varphi_0 \neq 0,$$

то λ_0 называется собственным числом пучка $P(\lambda)$, φ_0-собственный вектор отвечающий собственному значению λ_0, а система $\{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_m\}$ - называется цепочкой собственных и присоединяемых векторов.

Если $\lambda = \lambda_i (Re\lambda_i)$ собственное значение пучка $P(\lambda)$, $\{\varphi_{i,j,h}\}_{j=\overline{0,q_i},\ \ h=\overline{0,m_{i,j}}}$ соответствующая цепочка собственных и присоединённых векторов, то функция

$$u_{i,j,h}(t) = e^{\lambda it} \left(\varphi_{i,j,h} + \frac{t}{1!} \varphi_{i,j,h-1} + \dots + \frac{t^h}{h!} \varphi_{i,j,0} \right),$$
$$j = \overline{0, q_i}, h = \overline{0, m_{i,j}}$$

удовлетворяют уравнению (2) и называется их убывающими элементарными решениями. Обозначим, через

$$\varphi_{i,j,h}^{(0)} = u_{i,j,h(0)}, \ \varphi_{i,j,h}^{(1)} = u'_{i,j,h}(0),$$
$$\psi_{i,j,h}^{(1)} = \varphi_{i,j,h}^{(1)} - S\left(u_{i,j,h^{(t)}}\right).$$

И построим следующие системы производных цепочек собственных и присоединённых векторов.

$$K_0 = \left\{ \left(\varphi_{i,j,h}^{(0)}, \varphi_{i,j,h}^{(1)} \right) \right\}_{i=1,\ \ j=\overline{1,q_i},\ \ h=\overline{0,m_{i,j}}}^{\infty},$$

$$K_S = \left\{ \left(\varphi_{i,j,h}^{(0)}, \psi_{i,j,h}^{(1)} \right) \right\}_{i=1,\ \ j=\overline{0,q_i},\ \ h=\overline{0,m_{i,j}}}^{\infty}.$$

Очевидно, что система K_0 отвечает задачу

$$P\big(d(dt)U(t)\big) = 0, \quad t \epsilon R + \tag{4}$$

$$U(0) = \varphi_0, \ \ U'(0) = \varphi_1, \tag{5}$$

а система K_S отвечает задачу (2), (3).

<u>Определение</u> 3. Система $K_S(K_0)$ называется двукратно полной системой в пространстве следов регулярного решения задачи (1), (2), ((4), (5)), если система $K_S(K_0)$ полна в пространстве $H_{7/2} \oplus H_{5/2}$.

В данной работе мы найдем условия на коэффициенты пучка $P(\lambda)$, которые обеспечивают двукратной полноты системы $K_S(K_0)$ в пространстве следов регулярных решений.

Отметим, что аналогичные задачи для K_0 исследованных, например, в работах [3,5,7].

Сначала рассмотрим краевую задачу

$$u^{(4)}(t) + A^{\varphi} u(t) = 0, \ \ t \epsilon R+ \qquad (6)$$

$$u(0) = \varphi_0, u'(0) - S_u = \varphi_1 \qquad (7)$$

Имеет место

Теорема 1. Пусть выполняются условия (1) и (2) причем

$$æ = \|S\|_{W_2^4(R+;\ H) \to H_{5/2} < \sqrt[4]{2}}$$

Тогда задача (3), (4) регулярно разрешима.

Доказательство. Так, как общее регулярное решение уравнения (4) имеет вид $U_0(t) = e^{w,tA} x_1 + e^{w_2 tA} x_2$, где $x_1, x_2 \epsilon H_{7/2}, w_1 = \overline{w}_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$,

то из условия (2) следует, что

$$x_1 + x_2 = \varphi, w_1 A_1 + w_2 A x_2 - S\left(e^{w_1 t^A} x_1 + e^{w_2 tA} x_2\right).$$

Отсюда получаем, что $x_2 = \varphi_0 - x_1$и

$$w_1 x_1 + w_2(\varphi_2 - x_1) - A^{-1} S\left(e^{w_1 tA} x_1 + e^{w_2 tA}(\varphi_0 - x_1)\right).$$

Тогда относительно x_1 получаем уравнение$(E - Q)x_1 = \psi$, где

$$Qx = \frac{i}{\sqrt{2}} A^{-1} S(e^{w_1 tA} x - e^{w_2 tA} x), - x \epsilon H_{7/2}$$

Так, как$\|Q\| < \frac{æ}{\sqrt[4]{2}} = q < 1$ [2], см. также работы [8-10], то

$x_1 = (E - Q)^{-1}\psi$ и

$$\|x_1\|_{7/2} \leq \frac{1}{1-q}\|\psi\|_{7/2} = \frac{1}{q}\|A^{5/2} S(e^{w_1 tA}\varphi_0) + |w_2|\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\varphi_1\|_{5/2} \leq$$

$$\leq const\left(\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\varphi_1\|_{5/2}\right)$$

аналогично имеет, что $\|x_2\|_{7/2} \leq const\left(\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\varphi_1\|_{5/2}\right)$.

Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть выполняются условия (1)–(3), причем $x < \sqrt[4]{2}$. Если имеет место неравенство

$$q(æ)\textstyle\sum_{j=0}^{3} c_j(x)\left\|B_{4-j}\right\| < 1, \text{ где } c_0(æ) = 1 + \frac{в}{\sqrt[4]{2} - x},$$

$$c_1(æ) = \frac{3^{3/4}}{4} \frac{æ}{\sqrt[4]{2} - æ},$$

$$c_2(æ) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}æ}{\sqrt[4]{2} - æ}, \ c_3(æ) = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} + \frac{\sqrt{3}æ}{\sqrt[4]{2} - æ}$$

Теорема и задача (2), (3) регулярно разрешима.

Доказательство. Будем искать регулярного решения уравнения (2), (3) в виде

$u(t) = w(t) + u_0(t)$, где $w(t)\epsilon W_{2,s}^4(R+;H)$, а $u_0(t)$ регулярное решение задачи (6), (7).

Тогда очевидно, что относительно $w(t)$ получаем краевую задачу.

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)w(t) = g(t), \quad t\epsilon R+ \tag{8}$$

$$w(0) = 0, \quad w'(0) - Sw = 0 \tag{9}$$

где $g(t) = -P_1\left(\frac{d}{dt}\right)u_0(t)$. Так как

$$\|g\|_{L_2(R+,H)} \le const\|u\|_{W_2^4(R+,H)} \le const\left(\|x_1\|_{\frac{7}{2}} + \|x_2\|_{\frac{7}{2}}\right) \le$$

$$\le const\left(\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\varphi_1\|_{5/2}\right),$$

то $g(t)\epsilon L(R+,H)$. Тогда по теореме 2 из работы [2] существует регулярное решение задача (8), (9). Таким образом, $u(t) = w(t) + u_0(t)$ будет регулярным решением задачи (1), (2) и

$$\|u\|_{W_2^4(R+,H)} \le \|u\|_{W_2^4(R+,H)} + \|\omega\|_{W_2^4(R+,H)} \le const\left(\|\varphi_0\|_{\frac{7}{2}} + \|\varphi_1\|_{\frac{5}{2}}\right) +$$

$$+const\|g\|_{L_2(R+,H)} \le const\left(\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\varphi_1\|_{5/2}\right)$$

Теорема доказана.

Отсюда получаем следующее следствие.

Следствие 1. Пусть выполняется условие 1 и имеет место неравенство

$q(0) = \sum_{j=0}^{3} c_j(0)\|B_{\varphi-j}\| < 1$, где $c_0(0) = 1$, $c_1(0) = \frac{3^{3/4}}{4}$, $c_2^{(0)} = \frac{1}{2}$, $c_3(0) = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

Тогда задача (4), (5) регулярно разрешима.Этот результат получен С.С.Мирзоевым в работе [7].

Теперь исследуем аналитические свойства резольвенты $P^{-1}(\lambda)$

Лемма 1. Пусть $\alpha\epsilon[0,\pi/4]$ и операторы $B_j(j = 1,4)$ такие, что

$$d = \sum_{j=0}^{3} d_{4,j}\|B_{4-j}\| < cos2\alpha,$$

где $d_{4,0} = 1$ и $d_{4,j} = \left\{\left(\frac{j}{4}\right)^{j/4}\left(\frac{4-j}{4}\right)^{\frac{4-j}{4}}, \quad j = 1,2,3.\right.$

Тогда на луче $\Gamma_\alpha = \{\lambda : \lambda = re^{i\alpha}, r > 0\}$ операторных пучок $P(\lambda)$ обратим и имеет место оценки

$$\|\lambda^4 P^{-1}(\lambda)\| + \|A^4 P^{-1}(\lambda)\| \le const, \lambda\epsilon\Gamma_\alpha$$

Доказательство. Пусть $\lambda \epsilon \Gamma_\alpha$, тогда $P(\lambda) = P_0(\lambda) + P_1(\lambda)$, где $P_0(\lambda) = \lambda^4 E + A^4$,$P_1(\lambda) = \sum_{j=0}^{3} \lambda^j A_{4-j}$. Т.к. на луче Γ_α существует $P_0^{-1}(\lambda)$, то $P(\lambda) = \left(E + P_1(\lambda)P_0^{-1}(\lambda)\right)P_0(\lambda)$. Тогда при $\lambda \epsilon \Gamma_\alpha$

$$\|P_1(\lambda)P_0^{-1}(\lambda)\| \le \sum_{j=0}^{3} \|A_{4-j}\lambda^j P_0^{-1}(\lambda)\| \le \sum_{j=0}^{3} \|B_{4-j}\| \, \lambda^j A^{4-j} P_0^{-1}(\lambda)\|$$

.

Используя спектральное разложения оператора A получаем, что

$$\left\|\lambda^j A^{4-j} P_0^{-1}(\lambda)\right\| = sup_{\mu\epsilon\sigma(A)} \left|r^j \mu^{4-j} (\lambda^4 + \mu^4)^{-1} \quad \right|$$

$$\le sup_{\mu\epsilon\sigma(A)} \left|r^j \mu^{4-j} \cdot (r^4 e^{4i\alpha} + \mu^4)^{-1}\right| \le$$

$$\le sup_{\mu\epsilon\sigma(A)} \left|r^j \mu^{4-j} (r^8 + \mu^8 + 2r^4\mu^4 cos4\alpha)^{-1/2}\right| =$$

$$sup_{\mu\epsilon\sigma(A)} \left|r^j \mu^{4-j} [(r^4 + \mu^4)^2 [1 - 2r^4\mu^4(1 - cos4\alpha)(r^4 + \mu^4)^{-2}]^{-1/2}\right. \le$$

$$\le sup_{\mu\epsilon\sigma(A)} \left|r^j \mu^{4-j} (r^4 - \mu^4)^{-1} \, (1 - sin^2 2\alpha)^{-\frac{1}{2}}\right| =$$

$$= \frac{1}{cos2\alpha} sup_{\mu\epsilon\sigma(A)} \left|r^j \mu^{4-j} (r^4 + \mu^4)^{-1}\right| \le$$

$$\le \frac{1}{cos2\alpha} sup_{\sigma\ge 0} \frac{\tau^j}{1+\tau^4} = \frac{1}{cos2\alpha} d_{4,j}$$

Тогда получаем, что при $\lambda\epsilon\Gamma_\alpha$ имеет место неравенство

$$\|P_1(\lambda)P_0^{-1}(\lambda)\| \le \sum_{j=0}^{3} \frac{d_{4,j}}{cos2\alpha} \|B_{4-j}\| = 0 < 1$$

Следовательно на луче Γ_α пучок $P(\lambda)$ обратим и

$P^{-1}(\lambda) = P_0^{-1}(\lambda) \cdot (E + P_1(\lambda)P_0^{-1}(\lambda))^{-1}$ и

$$\|\lambda^4 P^{-1}(\lambda)\| + \|A^4 P^{-1}(\lambda)\| \le (\|\lambda^4 P_0^{-1}(\lambda)\| + \|A^4 P_0^{-1}(\lambda)\|) \frac{1}{1-\theta} \le$$

$$\le \frac{1}{1-\theta} \cdot \left(sup_{\mu\epsilon\sigma(A)} |r^4 (r^4 + \mu^4)^{-1}| cos^{-1} 2\alpha + \right.$$

$$\left. + sup_{\mu\epsilon\sigma(A)} |\mu^4 (r^4 + \mu^4)^{-1}| \cdot cos^{-1} 2\alpha\right) \le const$$

Лемма доказана.

Используя методику работы [3] докажем следующую теорему.

Теорема 4. Пусть выполняются условия (1) - (3) и $\chi < \sqrt[4]{2}$и $A^{-1}\epsilon\sigma_\rho (0 < \rho < \infty)$ причем

$$d(æ,\rho) = \sum_{j=0}^{3} c_j(æ)\|B_{4-j}\| < \begin{cases} 1, & 0 < \rho \le 2 \\ sin\dfrac{\pi}{\rho}, & 2 \le \rho < \infty \end{cases}$$

Тогда система K_0 и K_s двукратно полна в пространстве следов.

Доказательство. Очевидно, что $c_j(æ) \ge d_{4,j}$, если $A^{-1}\epsilon\sigma_\rho$, $(0 < \rho < \infty)$ то оператор функция $A^4 p^{-1}(\lambda)$ представляется в виде отношения двух целых функций порядка ρ и минимального типа при порядке ρ. С другой стороны если система K_0 не является двукратно полным, то существуют векторы $x\epsilon H_{7/2}, y\epsilon H_{5/2}$ такие, что $\|x\|_{7/2} + \|y\|_{5/2} \ne 0$, где вектор функция

$R(\lambda) = A^{7/2}\left(P^{-1}(\lambda)^* x + \lambda A^{3/2}(P^{-1}(\lambda))^* y\right)$

аналитический вектор-функция в левой полуплоскости. Из следствия 3 следует, что задача (4), (5) имеет регулярное решение, которое можно представить в виде.

$$u(t) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\Gamma_\theta = \Gamma_{\frac{\pi}{2}+\theta} \cup \Gamma_{-\frac{\pi}{2}-\theta}} P^{-1}(\lambda)\left(Q_0(\lambda)u(0) + Q_1(\lambda)u'(0) + Q_2(\lambda)u''(0)\right) +$$

$$+Q_3(\lambda)u'''(0)dt,$$

где $Q_K(\lambda)$ полином, где степень не больше чем $4-k, k = 0,1,2,3,$

тогда при $t > 0$

$$(u^0(t)x)_{7/2} + (U'(t),y)_{5/2} = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_\theta}\sum_{k=0}^{3}(Q_k(\lambda)u^{(k)}(0),$$

$$R(\bar{\lambda})e^{\lambda t}d\lambda = -\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma_\theta} v(\lambda)d\lambda$$

Так как $v(\lambda)$ целая функция порядка ρ и минимального типа при порядке ρ, причем правая полуплоскость растёт не быстрее $|\lambda|^3$, а левая полуплоскость на лучах, кроме лучей

$$\Gamma_{\frac{3\pi}{4}} = \left\{\lambda; arg\lambda = \frac{3\pi}{4}\right\},\ \Gamma_{\frac{5\pi}{4}} = \left\{\lambda; arg\lambda = \frac{5\pi}{4}\right\},$$

не быстрее, чем $|\lambda|^3$. Очевидно, что при $0 < p \le 2$, на действительной и мнимой оси $v(\lambda)$ не растёт, чем $|\lambda|^{-1}$. Тогда применяя теорему Фрагмена-Линдилефа получаем, что $|v(\lambda)| \le C|\lambda|^3$, $\lambda\epsilon C$. Если $2 < \rho < \infty$, то на лучок $\{2\}$ из левой полуплоскости угол между соседними лучами меньше, чем $\frac{\pi}{\rho}$, также $|v(\lambda)| \le C|\lambda|$. Действительно, здесь если взять лучи $\Gamma_{\frac{3\pi}{4}}$ и $\Gamma_{\frac{5\pi}{4}}$, то угол между лучами $\Gamma_{\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{2\rho}}$ и $\Gamma_{\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{2\rho}}$ равно $\frac{\pi}{\rho}$ и на этих лучах при выполнение условия $\sum_{j=0}^{3} d_{4-j}\|B_{4-j}\| < \left|cos2\left(\frac{3\pi}{4} \pm \frac{\pi}{2\rho}\right)\right| = sin\frac{\pi}{\rho}$ функция $v(\lambda)$ также убывает, как $|\lambda|$. Поэтому применяя теорему Фрагмена – Линдилефа получаем, что и при $2 < \rho < \infty$, при выполнении условии теоремы в левой полуплоскости $|v(\lambda)| \le C|\lambda|$. Тогда $|v = a_0 + \lambda a_1|$, где $a_0, a_1 \epsilon H$. С другой стороны при $t > 0$

$$(u(t),x)_{7/2} + (u'(t),y)_{5/2} = \int_{\Gamma_\theta} (a_0 + \lambda a_1)e^{\lambda t} d\lambda = 0,$$

тогда при $t \to 0$ получаем, что $\|x\|_{7/2}^2 + \|y\|_{5/2}^2 = 0$, а это противоречит условию $\|x\|_{7/2} + \|y\|_{7/2} \neq 0$. Таким образом, K_0 двукратно полна в пространстве следов. Так как при любом $\varphi_0 \epsilon H_{7/2}$, $\varphi_1 \epsilon H_{5/2}$ существует регулярное решение $u(t)$ задачи (2), (3), то $u(0) = \varphi_0$, $u'(0) = \psi_1 (\varphi_0 = \psi_0)$. Тогда $u(t)$ есть и решение (4), (5).

Тогда определим оператор R: $H_{7/2} + H_{5/2} \to H_{7/2} + H_{5/2}$, следующим образом $R(\varphi_0, \psi_0) = (\varphi_0, \psi_1)$. Очевидно, что

$$\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\psi_1\|_{5/2} \le const\,\|u(t)\|_{W_2^4(R+;H)} \le const\left(\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\varphi_1\|_{5/2}\right).$$

Тогда R ограниченный оператор. Отображающий пространство $H_{7/2} \oplus H_{5/2}$ на $H_{7/2} + H_{5/2}$. Тогда по теореме Банаха об обратном операторе, следует, что R^{-1} существует и ограничен. С другой стороны для элементарных решений $u_{i,j,h(t)}$

$$K_0 = \left\{\left(u_{i,j,h}(0), u_{i,j,h}(0)\right), K_S = \left\{\left(u_{i,j,h}(0), u_{i,j,h}(0) - S_{(u_{i,j,h})}\right\}\right.\right..$$

Тогда $R(K_0) = R(K_s)$, поэтому из двукратной полноты системы K_0 в пространстве следах следует, что и K_S двукратно полна в пространстве следов.

Теорема доказана.

Замечание 1. Отметим, что при $0 < \rho \le 2$ полнота K_0 доказана, например в работах [3,4,7].

Замечание 2. Если все операторы $A_j = 0 (j = 1,3)$, то условие $A^{-1} \epsilon \sigma_p$ $(0 < \rho < \infty)$ излишняя в теореме 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лионс Ж.А., Мажденес Э. Неодродные граничные задачи и их приложения. М.: Мир, 1971, 371 с.
2. Mirzoev S.S., Bagirova S.M. To Theory of Solvability of the Fourth Order Operator Differential Equations // Transactions of NAS of Azerbaijan, 2014, v.34, No1, pp. 91-98.
3. Гасымов М.Г. К теории полномнимых операторных пучков // DAN СССР, 1971
4. ШкалиновА.А. Эллиптические уравнения в гильбертовом пространстве и спектральные задачи, связанные с ним // Труды семинара имени И.Г.Петровского, 1989, в 14, с.140-224.
5. Aliyev V.I. On Completeness of Elementary Solations of the Fourth Homoqenous Operator-Differential Equations of Elliptic Type // Transactions of NAS of Azerbaijan. 2004, VXXIV. No1, p. 51-58.
6. Керимов К.А., Мирзоев С.С. Об одной задачи для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка с нелокальной краевой условией // Матем заметки, 2013, т.94, в.3, с.349-353.
7. Мирзоев С.С. О кратной полноте краевых векторов полномнимых операторных пучков, отвечающих краевым условиям на полуоси // Функциональный анализ и его приложения. 1983, т. 17.62, с84-85.
8. Мирзоев С.С., Багирова С.М. Об одной нелокальной краевой задаче для диференциальных уравнений четвертого порядка с операторными коэффицентами// Вестник Бакинского Университета, 2013, №1, с.5-10.
9. S. S. Mirzoev, S. M. Bagirova. Solvability of a Class of non Local Boundary Value Problems for the Equations of the Fourth Order in Hilbert Space // Applied Mathematical Sciences, v. 7, 2013, No. 79, 3923-3934. Bulgaria.
10. Багирова С.М. Об одной краевой задаче для дифференциального уравнения четвёртого порядка в гильбертовом пространстве// Поиск №2 (1), Казахстан 2014, с.120-129

DÖRDTƏRTİBLİ MƏXSUSİ VƏ QOŞMA OPERATOR DƏSTƏSİNİN ELEMENTLƏR SİSTEMİNİN HİSSƏSİNİN İKİQAT TAMLIĞI HAQQINDA

S.M.BAĞIROVA

XÜLASƏ

İşdə elliptik tip dördtərtibli operator dəstənin əmsalları üzərinə onun sol yarımmüstəvidə yerləşən məxsusi və qoşma elementlərinin müəyyən törəmə zəncirlər sistemlərinin ikiqat tamlığını təmin edən kafi şərtlər tapılmışdır. Bu törəmə zəncirlər dördtərtibli operator diferensial tənliklər üçün qoyulmuş bəzi sərhəd məsələlərinə uyğundur.

Açar sözlər: Hilbert fəzası, operator dəstəsi, məxsusi elementlər, operator diferensial tənliklərin sərhəd məsələləri.

DOUBLE COMPLETENESS OF THE SYSTEM OF FOURTH ORDER OPERATOR PENCILS

S.M.BAGHIROVA

SUMMARY

We obtain sufficient conditions on the coefficients of the fourth order operator pencils of elliptic type, which provide some double completeness of derivative chains of their own and adjoint vectors corresponding to eigenvalues in the left halfplane. These derivative chains correspond to some boundary value problem for an operator diffential equation of fourth order on the semi-axis.

Key words: Hilbert space, operator pencils, eigenvectors, boundary value problem.

Принято в редакцию: 13.03.2015 г.
Подписано к печати: 20.04.2015 г.